

УДК 519.234

## ОБ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРОЦЕССОВ СО СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ КОМПОНЕНТ ВЕКТОРА ВХОДА

Чжан Е.А.,

научный руководитель канд. тех. наук Сергеева Н.А.

*Сибирский федеральный университет*

**Введение.** Актуальной на сегодняшний день является проблема построения систем управления производством. От качества управления зависит и качество продукции, его стоимость. При проектировании систем управления необходимо получить всю доступную информацию о процессе. На основе априорной информации решить задачу идентификации, т.е. построить адекватную модель, которая наиболее полно и достоверно отражала бы те свойства процесса, которые интересуют исследователя.

На практике встречаются процессы, входные переменные которого стохастически связаны. В этом случае при решении задачи идентификации необходимо учитывать ряд особенностей.

**Постановка задачи.** Рассмотрим процесс, входные переменные которого стохастически связаны. Далее такого рода процессы будем называть «трубчатыми» или Н-процессами [1].

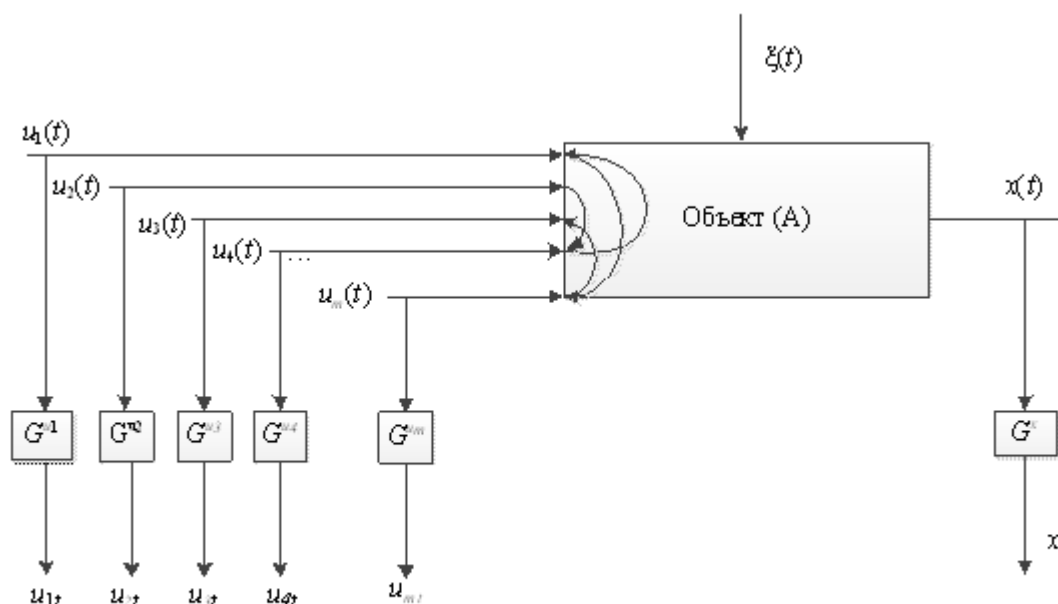


Рис.1. Общая схема исследуемого объекта

Рис.1. Общая схема исследуемого объекта

На рис. 1 приняты обозначения:  $A$  – неизвестный оператор объекта,  $x(t) \in \Omega(x) \subset R^1$  – выходная переменная процесса,  $u(t) = u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$ ,  $u(t) \in \Omega(u) \subset R^m$  – векторное входное воздействие,  $\xi(t)$  – случайное воздействие,  $(t)$  – непрерывное время,  $G^{u_i}, i = \overline{1, m}$ ,  $G^x$  – каналы связи, соответствующие различным переменным, включающие в себя средства контроля. В каналах измерения входных и

выходных переменных действуют случайные помехи с нулевыми математическими ожиданиями и ограниченными дисперсиями.

Необходимо восстановить зависимость между входными и выходными переменными процесса. Особенность «трубчатых» процессов состоит в том, что не только выходные переменные зависят от входных воздействий, но и между входными переменными существует стохастическая зависимость.

**«Трубчатые» процессы.** Рассмотрим дискретно-непрерывный процесс, входные переменные которого связаны между собой стохастической зависимостью. Из соображений простоты рассмотрим трехмерный объект:  $u_1 \in R^1$ ,  $u_2 \in R^1$ ,  $x \in R^1$  (рис. 2). Причем входные переменные процесса связаны стохастической зависимостью, вид которой исследователю не известен.

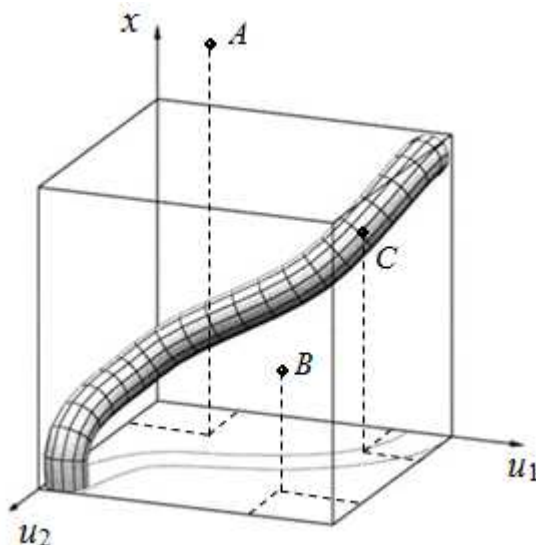


Рис. 2. «Трубчатый» процесс

Интервалы изменения «входных-выходных» переменных  $(u_1, u_2, x) \in R^3$  всегда известны из технологического регламента, технических условий (ТУ) или из требований ГОСТ. Без нарушения общности выделим в  $R^3$  единичный куб. На рис. 2 куб – это интервалы измерения переменных, область возможных значений согласно требованиям. Реально протекающий процесс же принадлежит подобласти  $\Omega^H(u_1, u_2, x) \subset \Omega(u_1, u_2, x)$ , которая никогда не известна.

Таким образом,  $u_1 \in [0;1]$ ,  $u_2 \in [0;1]$ ,  $x \in [0;1]$ , а триада  $(u_1, u_2, x) \in \Omega^H(u_1, u_2, x)$ . Ясно, что не каждое значение триады  $(u_1, u_2, x)$ , полученной в эксперименте или измеренной на реальном процессе, будет принадлежать единичному кубу  $\Omega(u_1, u_2, x)$ . Следует отметить, что в теории идентификации области  $\Omega(u_1, u_2, x)$ ,  $\Omega(u_1, u_2)$ ,  $\Omega(u_1)$ ,  $\Omega(u_2)$ ,  $\Omega(x)$  всегда известны, а область  $\Omega^H(u_1, u_2, x)$  не известна никогда. В случае стохастической независимости входных переменных процесса,  $\Omega^H(u_1, u_2, x)$  совпадает с  $\Omega(u_1, u_2, x)$ , т.е.  $\Omega^H(u_1, u_2, x) = \Omega(u_1, u_2, x)$ .

Рассмотрим теперь возможное расположение точек выборки. У точек выборки значения входных переменных принадлежат области допустимых значений, которые известны из технологического регламента (рис. 2).

Возможно три варианта. Так, у точки A:  $(u_1, u_2) \in \Omega(u_1, u_2)$ , но переменная  $x$  выходит за рамки технологического регламента. Выход за рамки технологического регламента может привести к последствиям, таким как авария или поломка

оборудования. Значение выходной переменной у данной точки не принадлежит области возможных значений, поэтому такую точку из выборки легко исключить.

В некоторых случаях, значения входных и выходных переменных принадлежат регламенту (точка  $B$ ), однако данная точка не принадлежит истинной области протекания процесса. Такое задающее воздействие также является нереализуемым, но в этом случае данную точку исключить из выборки весьма трудно, т.к. ее значения переменных находятся в рамках регламента.

Наличие таких точек в выборке ( $A$  и  $B$ ) может значительно ухудшить качество модели. Но самым негативным является тот факт, что при реализации на практике задающих воздействий из области регламента  $(u_1, u_2) \in \Omega(u_1, u_2)$ , но не принадлежащей «трубке»  $(u_1, u_2) \notin \Omega^H(u_1, u_2)$ , может произойти авария.

Лишь точки, у которых значения входных переменных взяты из области  $(u_1, u_2) \in \Omega^H(u_1, u_2)$ , принадлежат «трубчатой» области (точка  $C$ ). В данной точке процесс существует. Вся сложность заключается в том, что область  $\Omega^H(u_1, u_2)$ , как и область  $\Omega^H(u_1, u_2, x)$ , остается неизвестной. Вследствие того, что входные переменные зависимы, входные переменные могут принимать не любое значение из области  $\Omega(u_1, u_2)$ , а лишь из некоторой подобласти  $\Omega^H(u_1, u_2)$ .

В приведенном примере был взят для наглядности трехмерный объект. В этом случае легко можно проверить, существует ли зависимость между входными переменными. Если же объект многомерный, то определение, какие переменные зависимы – трудоемкая задача, решить которую в некоторых случаях практически невозможно, т.к. для этого придется проверить большое число вариантов.

**Идентификация «трубчатых» процессов.** Рассмотрим моделирование процессов, имеющих подобную структуру. Обычно в задаче идентификации безынерционных объектов предполагается наличие некоторой параметризованной модели, представляющей собою поверхность в пространстве «входных-выходных» переменных:

$$\hat{x}_\alpha(u) = \hat{f}(u, \alpha_s), \quad (1)$$

где  $\alpha_s$  – вектор параметров. В том случае, когда компоненты вектора входных переменных статистически зависимы, т.е. мы имеем дело с «трубчатой» структурой объекта, необходимо ввести индикатор  $I(u)$ . Модель вышеприведенного типа при этом должна быть скорректирована следующим образом:

$$\hat{x}(u) = \hat{f}(u, \alpha_s) I_s(u), \quad (2)$$

где в качестве оценки индикатора можно принять следующее приближение:

$$I_s(u) = \text{sgn}(sc_s) \sum_{i=1}^s \prod_{j=1}^m \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)), \quad (3)$$

Параметр размытости ядра  $c_s$  и колоколообразная функция  $\Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j))$ , имеющая вид треугольного ядра, удовлетворяют следующим условиям сходимости [2, 3]:

$$\begin{aligned} c_s &> 0; & \lim_{s \rightarrow \infty} c_s &= 0; \\ \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)) &\geq 0; & \int_{\Omega(u)} \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)) du^j &< \infty; \\ \lim_{s \rightarrow \infty} c_s^{-1} \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)) &= \delta(u^j - u_i^j); & \lim_{s \rightarrow \infty} sc_s^m &= \infty. \end{aligned} \quad (4)$$

Если при заданном произвольном значении входных переменных значение выхода объекта не принадлежит технологическому регламенту, то такую точку легко исключить из выборки. Однако возможен случай, когда значения выхода принадлежит

регламенту, в этом случае найти и исключать такую точку из выборки довольно трудно. Возникает необходимость использования индикаторной функции.

Оценку индикатора (3) можно модифицировать следующим образом:

$$I'_s(u) = \operatorname{sgn} \sum_{i=1}^s \Phi(c_s^{-1}(\hat{x}_s(u) - x_i)) \prod_{j=1}^m \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)), \quad (5)$$

где  $\hat{x}_s(u)$  – прогноз выхода объекта, полученный по следующей формуле:

$$x_s(u) = \sum_{i=1}^s x_i \prod_{j=1}^m \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)) / \sum_{i=1}^s \prod_{j=1}^m \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)). \quad (6)$$

Используя индикатор (3), можно определить принадлежат ли данные значения вектора входных переменных  $u$  области  $\Omega^H(u)$ . Вычисляя значения индикаторной функции (5), рассматривается принадлежность точки не только к «трубчатой» области по входным переменным, но и по выходным. Тем самым можно определить, является ли точка «выбросом». Оценка индикатора (5) обладает робастными свойствами.

**Заключение.** При идентификации «трубчатых» процессов необходимо учитывать, что процесс протекает не во всей регламентированной области. При получении прогноза выхода объекта, исследователь может выбрать точку из регламентированной области, однако не принадлежащую процессу. В этом случае, необходим метод, позволяющий исключить такую точку. Предлагается ввести индикаторную функцию с целью выявления точек, не принадлежащих «трубчатой» области. Предложена модификация индикаторной функции.

#### Список литературы

1. Медведев А.В. Непараметрические системы адаптации. – Новосибирск: Наука, 1983. - С. 174.
2. Медведев А.В. Анализ данных в задаче идентификации // Компьютерный анализ данных моделирования. Минск: БГУ, 1995. Т. 2. С. 201-206.
3. Надарая Э.А. Непараметрические оценки плотности вероятности и кривой регрессии. – Тбилиси: Издательство Тбилисского университета, 1983. - С. 194.